

Concursul Județean de matematică

“Dan Barbilian” Ediția a XXIII-a, 20.05.2026

Clasa a VI-a

Barem de corectare

(20p)1 .Fie expresia $E(n) = (-1)^{n+1} \cdot 2n + (-1)^n \cdot 3n, n \in N$. Calculați suma:

$$S = E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(2007) + E(2008).$$

Soluție: $E(n) = (-1)^{n+1} \cdot 2n + (-1)^n \cdot 3n$. Observăm că $(-1)^{n+1} = -(-1)^n$, deci: $E(n) = (-1)^n \cdot (-2n + 3n) = (-1)^n \cdot n$ **5p**

Astfel: $E(1) = -1; E(2) = 2; E(3) = -3; E(4) = 4; \dots; E(2007) = -2007; E(2008) = 2008$**5p**

Prin urmare: $S = (-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + (-2007 + 2008)$

Fiecare paranteză este egală cu 1.....**5p**

$$S = 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (1004 termeni)}$$

$$S = 1004$$
.....**5p**

(25p)2.Să se găsească numerele naturale a,b,c,știind că au suma 120 și sunt direct proporționale cu 3 numere prime consecutive.

Soluție

$$\{a, b, c\} \sim \{x, y, z\}, x, y, z \text{ numere prime consecutive} \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k \Rightarrow$$

$$a = k \cdot x, b = k \cdot y, c = k \cdot z \dots \dots \dots \mathbf{5p}$$

Dar: $a + b + c = 120 \Rightarrow k(x + y + z) = 120 \Rightarrow$

$$x + y + z \mid 120 \dots \dots \dots \mathbf{5p}$$

Cum x, y, z sunt numere prime consecutive

I $x = 2, y = 3, z = 5 \dots \dots \dots \mathbf{5p}$

Atunci: $x + y + z = 10 \Rightarrow k = \frac{120}{10} = 12 \dots \dots \dots \mathbf{5p}$

Prin urmare: $a = 12 \cdot 2 = 24, b = 12 \cdot 3 = 36, c = 12 \cdot 5 = 60$. Deci: $(a, b, c) = (24, 36, 60) \dots \dots \dots \mathbf{5p}$

II $x = 3, y = 5, z = 7 \Rightarrow x + y + z = 15 \Rightarrow k = \frac{120}{15} = 8$.

Prin urmare: $a = 8 \cdot 3 = 24, b = 8 \cdot 5 = 40, c = 8 \cdot 7 = 56$. Deci: $(a, b, c) = (24, 40, 56) \dots \dots \dots$

Problema 3

3. a) Construcția triunghiului isoscel o realizăm cu rigla și compasul. Construim cu ajutorul riglei segmentul $BC = 5$ cm care este baza triunghiului isoscel. Apoi, cu ajutorul compasului, cu o deschidere de 3 cm trasăm de aceeași parte a dreptei BC, din punctele B și C, arce de cerc, care se intersectează într-un punct notat A. $\dots \dots \dots \mathbf{5p}$

b) Fie $\{E\} = BD \cap CM$. În $\triangle BCM$, [BE bisectoare și înălțime $\Rightarrow \triangle BCM$ isoscel. $\dots \dots \dots \mathbf{5p}$

\Rightarrow [BE mediatoarea segmentului [CM], $D \in [BE] \Rightarrow [DC] = [DM]$ (Orice punct pe mediatoarea unui segment este egal depărtat de capetele segmentului.) Deci $\triangle DMC$ este isoscel. $\dots \dots \dots \mathbf{5p}$

c) $P_{\triangle ADM} = AD + DM + AM = AD + DC + AM = AC + AM = AB + AM = BM = BC = 5 \text{ cm} \dots\dots\dots 5\text{p}$

Problema 4

4. Fie ABC un triunghi isoscel, M mijlocul bazei (BC) și $\sphericalangle CAX$ adiacent și congruent cu $\sphericalangle MAC$. Dacă $MD \perp AX$ ($D \in AX$) și $MD \cap AC = \{E\}$, demonstrați că $BE \perp AC$.

Soluție

Notăm $\sphericalangle BAM = \sphericalangle MAC = \sphericalangle CAD = a$. În $\triangle ADE$ dreptunghic în D, avem $\sphericalangle AED = 90^\circ - a$. Atunci $\sphericalangle MEC = 90^\circ - a$ (unghi opus la vârf cu $\sphericalangle AED$).....5p

Din $\triangle AMC$, dreptunghic în M, avem $\sphericalangle ACM = 90^\circ - a$ și atunci $\triangle MEC$ este isoscel, cu $ME \equiv MC$5p

Dar $MC \equiv MB$ (din ipoteză), rezultă $BM \equiv ME$, adică $\triangle BME$ este isoscel. Pe de altă parte, în $\triangle MEC$ avem $\sphericalangle CME = 2a$5p

Cum $\sphericalangle CME$ este exterior $\triangle BME$, isoscel, deducem că $\sphericalangle MEB = a$5p

Acum $\sphericalangle BEC = \sphericalangle BEM + \sphericalangle MEC = a + 90^\circ - a = 90^\circ$ și deci $BE \perp AC$5p